

Planimetrie

Vypracovala: Mgr. Zuzana Kopečková

Název školy	Obchodní akademie a Střední odborné učiliště, Veselí nad Moravou
Název a číslo projektu	Motivace žáků ke studiu technických předmětů OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Registrační číslo: CZ.1.07/1.1.16/01.0065
Název modulu	Matematika jinak



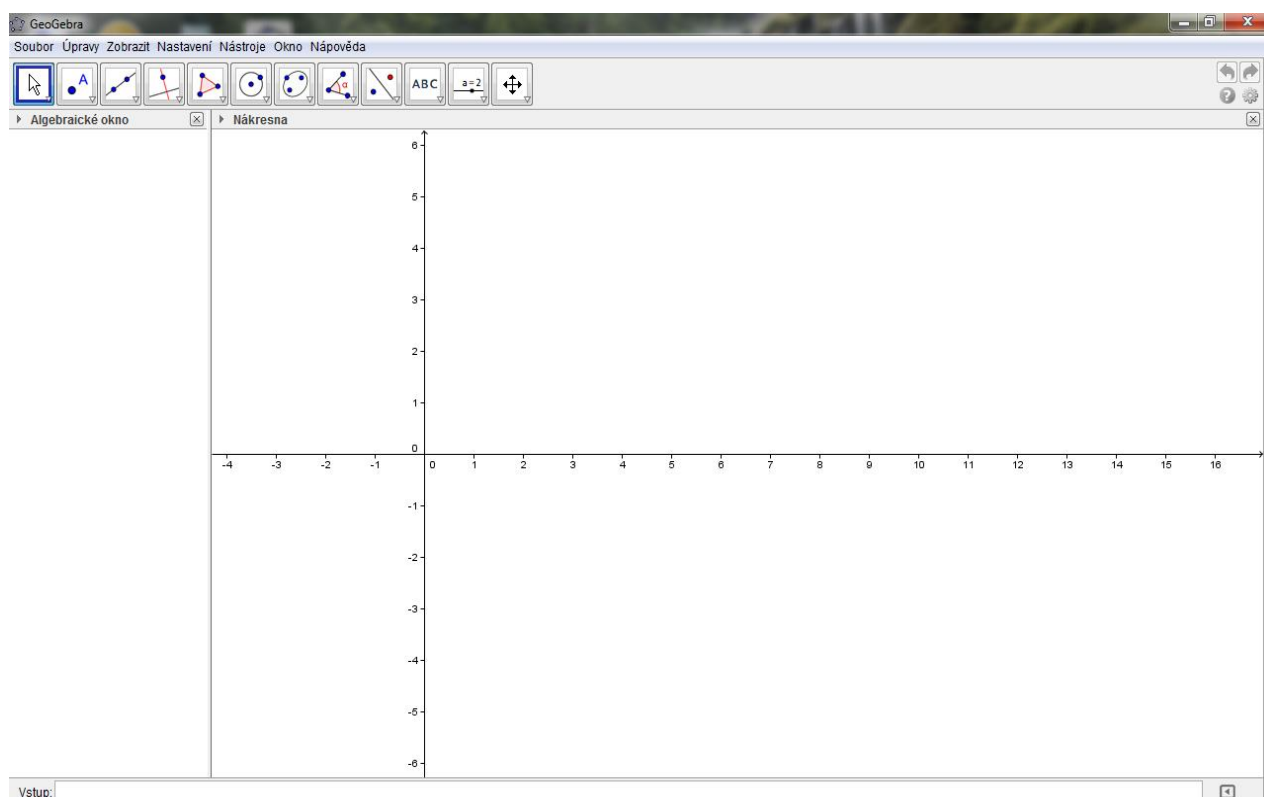
Realizátorem tohoto projektu je Obchodní akademie a Střední odborné učiliště Veselí nad Moravou
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Pracovní list č. 12

Planimetrie

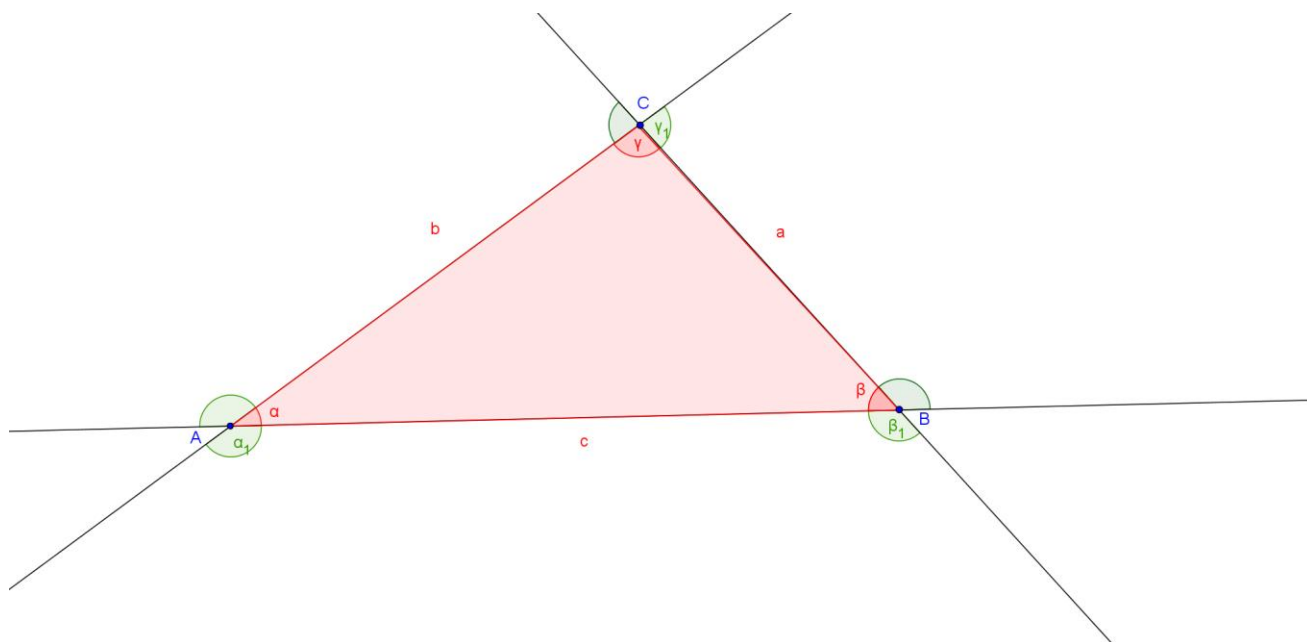
Planimetrie je část geometrie pojednávající o vzájemných vztazích a vzdálenostech rovinných geometrických útvarů, tj. geometrických útvarů, které jsou částí dvourozměrné roviny. Základními pojmy jsou bod a přímka. Množiny bodů se nazývají geometrické útvary.

Všechny konstrukce v pracovním listu jsou prováděny v programu GeoGebra. Program lze nainstalovat v českém jazyce a jeho ovládání není obtížné. Před prací podle pracovního listu jsou studenti s programem seznámeni. Jak vypadá prostředí GeoGebry je na obrázku níže.



Trojúhelník

Trojúhelník ABC určují tři různé body A , B , C , které neleží v přímce. Trojúhelník lze též považovat za průnik tří polorovin nebo za průnik tří konvexních úhlů. Body A , B , C se nazývají vrcholy trojúhelníku, úsečky AB , BC , AC strany trojúhelníku, konvexní úhly BAC , ABC , BCA vnitřní úhly trojúhelníku. Vedlejší úhly k vnitřním úhlům trojúhelníku se nazývají vnější úhly trojúhelníku ABC .



Vlastnosti trojúhelníku

1. Grafický součet libovolných dvou stran trojúhelníku je větší než třetí strana čili pro délky jeho stran a, b, c platí trojúhelníkové nerovnosti: $a + b > c$, $b + c > a$, $c + a > b$
2. Proti shodným stranám trojúhelníku leží shodné vnitřní úhly, proti větší straně trojúhelníku leží větší vnitřní úhel. Pro délky stran a a velikosti vnitřních úhlů tedy platí: $a = a \Leftrightarrow \alpha = \beta$, $a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$ atd.
3. Grafický součet vnitřních úhlů trojúhelníku je úhel přímý, a tedy součet velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku je $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.
4. Vnější úhel trojúhelníku při kterémkoli jeho vrcholu je roven grafickému součtu vnitřních úhlů při zbývajících dvou vrcholech. Pro velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku α, β, γ a jeho vnějších úhlů α', β', γ' tedy platí $\alpha' = \beta + \gamma$, $\beta' = \alpha + \gamma$, $\gamma' = \alpha + \beta$.

Klasifikace trojúhelníků

- a) podle stran - různoramenné, rovnoramenné, rovnostranné
- b) podle úhlů – ostroúhlé, pravoúhlé, tupohlé

Důležité body a úsečky

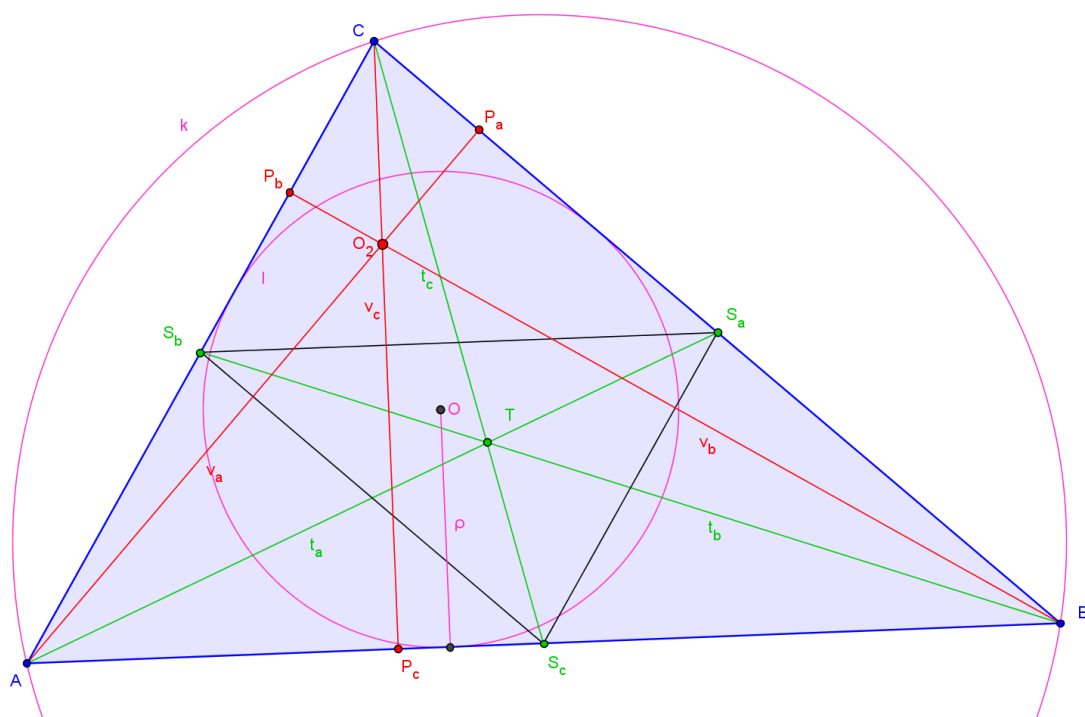
Střední příčka trojúhelníku je úsečka, jejímiž krajními body jsou středy dvou stran trojúhelníku. Každá střední příčka trojúhelníku je rovnoběžná s jeho protější stranou a její délka je rovna polovině délky této strany.

Těžnice trojúhelníku je úsečka, jejímiž krajními body jsou vrchol trojúhelníku a střed jeho protější strany. Všechny tři těžnice se protínají v jediném bodě **T** zvaném **těžiště trojúhelníku**. Vzdálenost těžiště od středu kterékoli strany je rovna jedné třetině délky příslušné těžnice.

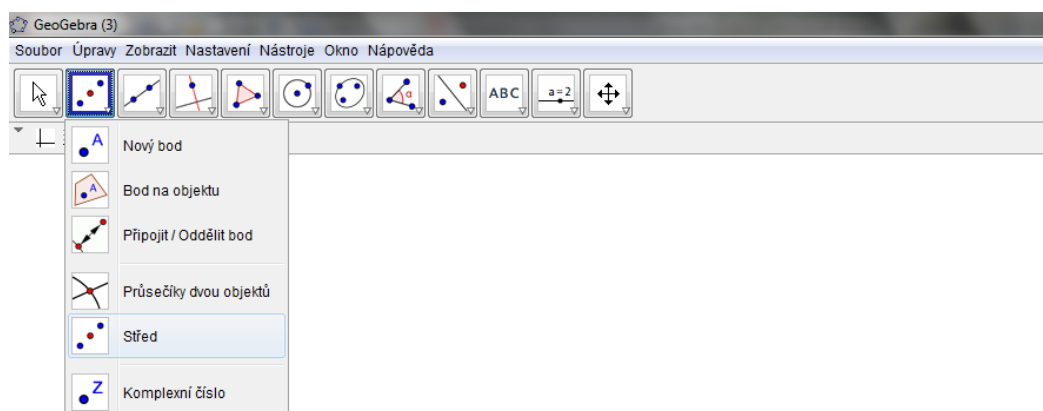
Výška trojúhelníku je úsečka, jejímiž krajními body jsou vrchol trojúhelníku a pata kolmice vedené tímto vrcholem k jeho protější straně. Všechny tři přímky, v nichž leží výšky trojúhelníku, se protínají v jediném bodě **V** zvaném **ortocentrum**.

Trojúhelníku lze opsat kružnici, označujeme ji jako **kružnici opsanou** trojúhelníku, jejíž střed leží v průsečíku os stran trojúhelníku a její poloměr je roven vzdálenosti od středu k vrcholu trojúhelníku.

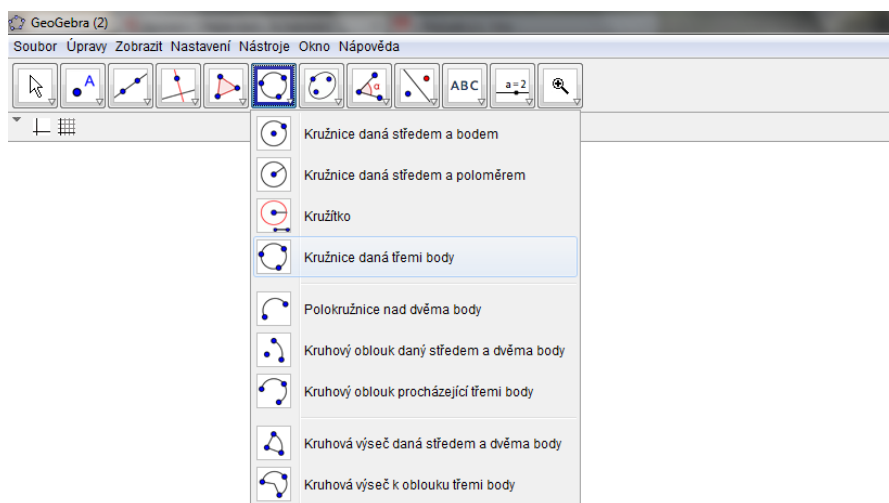
Trojúhelníku lze vepsat kružnici, označujeme ji jako **kružnici vepsanou** trojúhelníku, jejíž střed leží v průsečíku os vnitřních úhlů a poloměr je roven vzdálenosti od středu ke straně trojúhelníku.



Při konstrukci střední příčky trojúhelníku v GeoGebre lze využít tlačítka pro určení středu a tedy není nutné sestavovat osy stran.

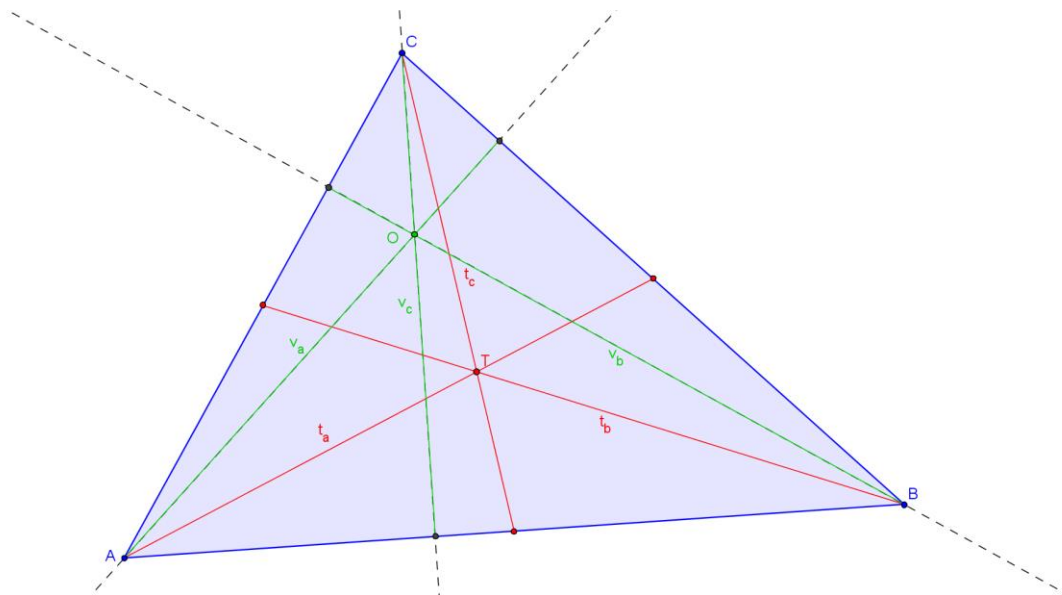


Při konstrukci kružnice opsané v GeoGebre není nutné sestrojovat osy stran a hledat střed kružnice, ale lze použít tlačítko pro sestrojení kružnice dané třemi body.

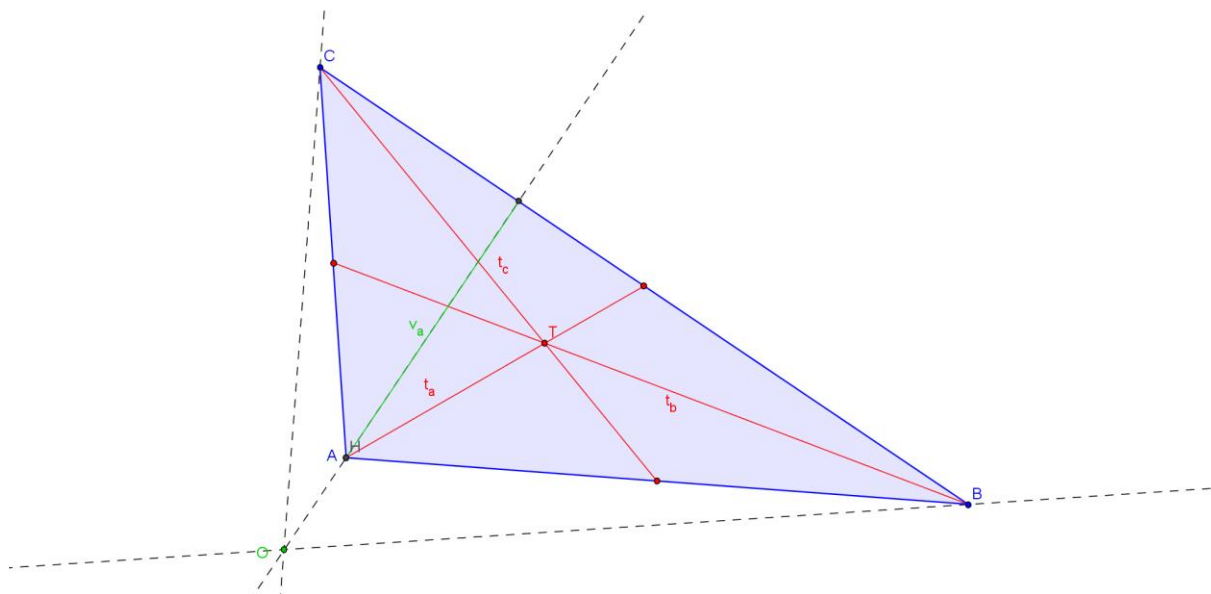


Příklad: V programu GeoGebra sestrojte pravoúhlý, ostroúhlý a tupoúhlý trojúhelník. Sestrojte v nich:

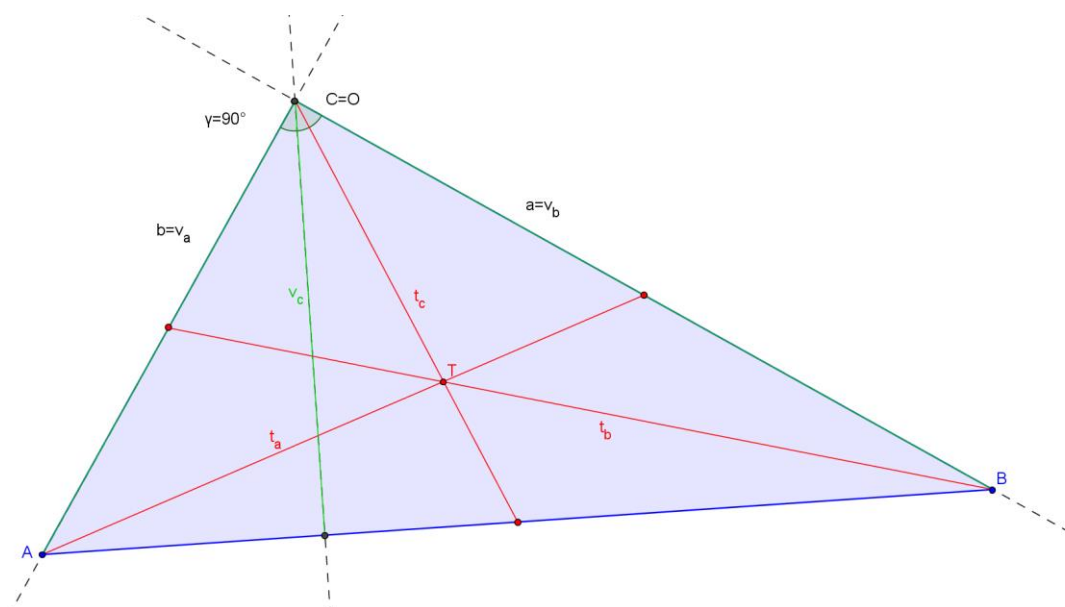
- výšky a ortocentrum;
- těžnice a těžiště;
- určete podle konstrukcí, kde leží ortocentrum, těžiště a středy stran v jednotlivých trojúhelnících.



Ostroúhlý trojúhelník



Tupoúhlý trojúhelník



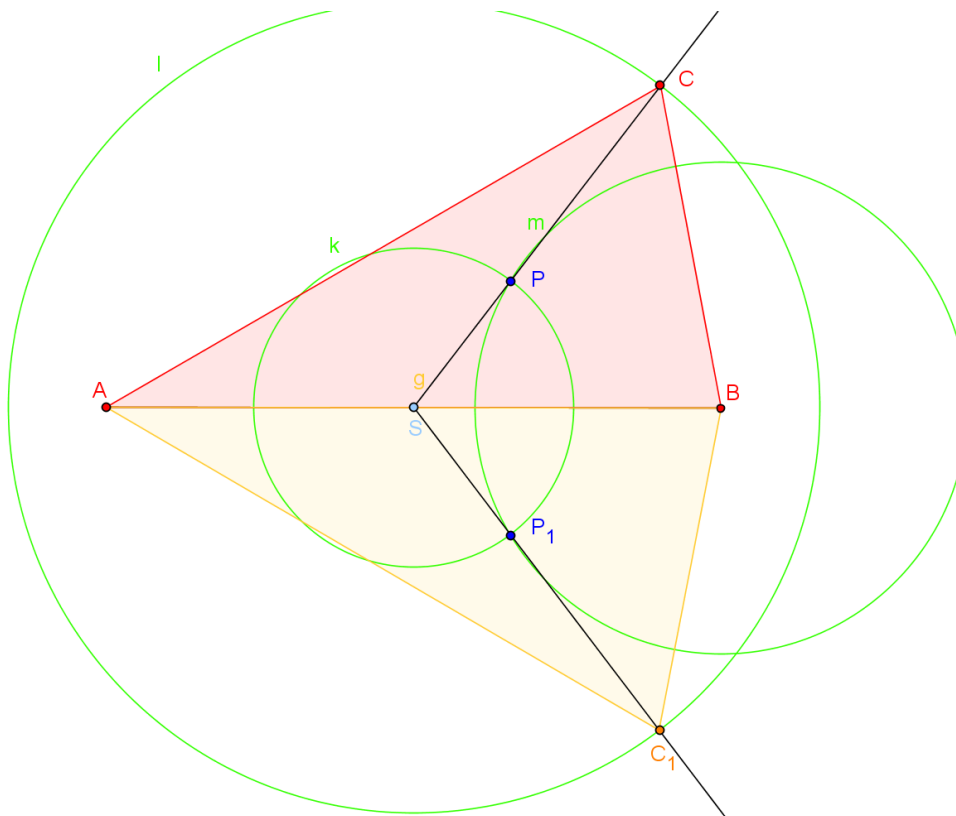
Pravoúhlý trojúhelník

Konstrukce trojúhelníků v programu GeoGebra není obtížná. Umožňuje nám pohybovat body, tedy stačí narysovat ostroúhlý trojúhelník a potom přesunout jeden z vrcholů tak, aby v trojúhelníku byl tupý a pravý úhel. Studenti tedy při pohybu s vrcholem vidí, jak se mění těžiště a ortocentrum. Mohou si sami odvodit, že v případě ostroúhlého trojúhelníku leží těžiště i ortocentrum uvnitř trojúhelníku, v případě tupoúhlého trojúhelníku leží těžiště uvnitř a ortocentrum vně trojúhelníku a v případě pravoúhlého trojúhelníku leží těžiště uvnitř trojúhelníku a ortocentrum splývá s vrcholem při pravém úhlu.

Příklady k procvičení – konstrukce proveďte v programu GeoGebra.

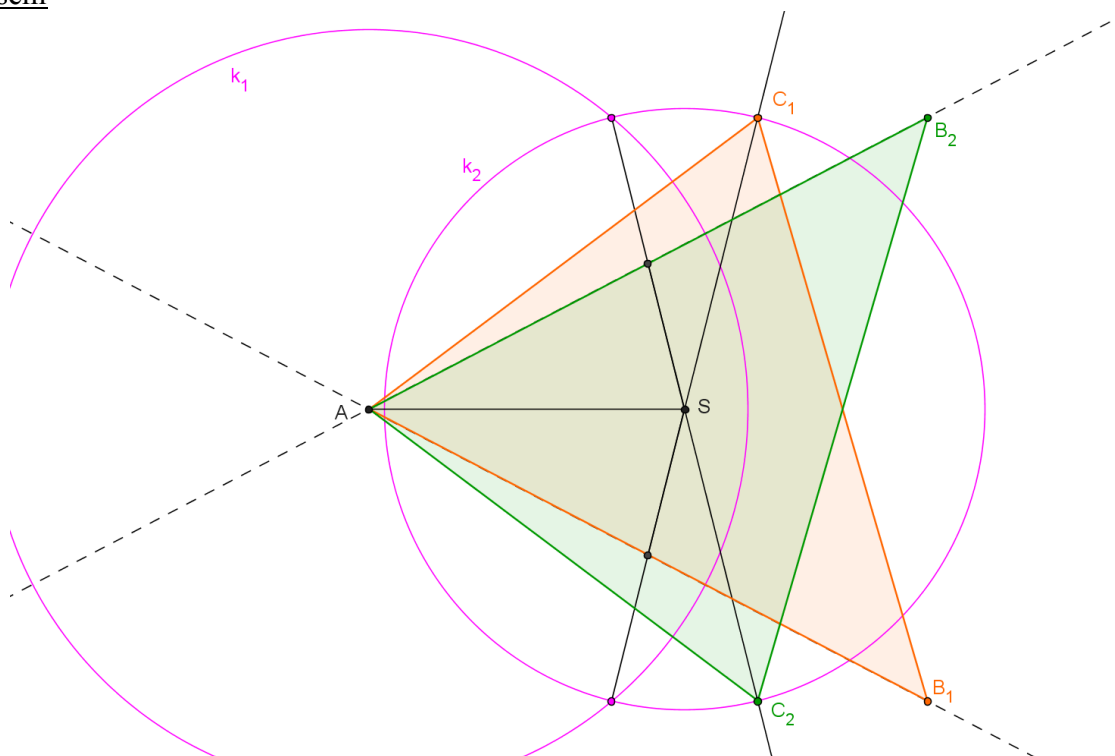
1. Sestrojte $\triangle ABC$, znáte-li délku jeho strany $c = 5\text{ cm}$, $t_c = 3,9\text{ cm}$, $t_b = 3\text{ cm}$.

Řešení



2. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno t_a, t_b, t_c .

Řešení



Použitá literatura a zdroje:

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 7. aktualiz. vyd. Praha: Prometheus, 2002, 608 s. ISBN 80-7196-196-5.

POMYKALOVÁ, Eva. *Matematiky pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2004, 206 s. ISBN 80-7196-174-4.

KUBEŠOVÁ, Naděžda a Eva CIBULKOVÁ. *Matematika: přehled středoškolského učiva*. 2. vyd. Třebíč: Petra Velanová, 2006, 239 s. Maturita (Petra Velanová). ISBN 978-808-6873-053.