INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rovnice 1

Vypracovala: Mgr. Bronislava Kreuzingerová

Název školy	**Obchodní akademie a Střední odborné učiliště, Veselí nad Moravou**
Název a číslo projektu	**Motivace žáků ke studiu technických předmětů** **OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost** **Registrační číslo: CZ.1.07/1.1.16/01.0065**
Název modulu	**Matematika jinak**

Realizátorem tohoto projektu je Obchodní akademie a Střední odborné učiliště Veselí nad Moravou
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Pracovní list č. 6

Rovnice 1

Rovnice je zápis rovnosti dvou výrazů **L(x) = P(x)** s proměnnou x z daného číselného oboru M, kterému se říká **definiční obor** rovnice. Výrazem L(x) označujeme **levou stranu** rovnice, výrazem P(x) **pravou stranu** rovnice.

Proměnná x se nazývá **neznámá**. **Kořen** (**Řešení**) rovnice je takové číslo x_k, pro které platí rovnost L(x_k) = P(x_k). Množina všech kořenů rovnice K se nazývá **Obor pravdivosti rovnice.**

Ekvivalentní úpravy rovnice

Ekvivalentní úprava rovnice je pak taková úprava, která nezmění platnost rovnice.

Záměna stran rovnice

Př: $3 = x + 1 \quad x \in R$

$x + 1 = 3$

Přičtení čísla nebo výrazu k oběma stranám rovnice

Př: $x = 6 - 2x \;\; / +2x \quad x \in R$

Vynásobení obou stran rovnice nenulovým číslem nebo výrazem

Př: $5 = \frac{10}{2x} \;\; /\cdot 2x \quad x \in R$

Vydělení obou stran rovnice nenulovým číslem nebo výrazem

Př: $9x = 18 \;\; /: 9 \quad x \in R$

Odmocnění obou stran rovnice přirozeným mocnitelem, pokud obě strany nabývají pouze nezáporných hodnot v celém definičním oboru rovnice

Př: $x^2 = 4 \;\; /\sqrt{} \quad x \geq 0$

Zlogaritmování obou stran rovnice, pokud obě strany nabývají pouze kladných hodnot v celém definičním oboru rovnice.

Př: $3^x = 7 \quad x \in R$

$log_7 3^x = log_7 7$

Umocnění obou stran rovnice přirozeným mocnitelem, pokud obě strany nabývají pouze nezáporných hodnot v celém definičním oboru rovnice

Př: $\sqrt{x} = 5 \;\; /^2 \quad x \geq 0$

POZOR!

Umocnění obou stran rovnice přirozeným mocnitelem, pokud obě strany nenabývají pouze nezáporných hodnot, není ekvivalentní úprava. Proto je potřeba po této úpravě provést zkoušku.

Př: $\sqrt{x} = x - 3 \;\; /^2 \quad x \geq 0$

Úkol:

Dokončete naznačené úpravy v předchozích příkladech a rovnice vyřešte.

Lineární rovnice

$ax + b = 0, a, b \in R$

Tato rovnice má v oboru reálných čísel buď 1, žádné nebo nekonečně mnoho řešení. Tyto rovnice můžeme řešit pomocí ekvivalentních úprav nebo můžeme využít různé matematické programy.

Příklad:

Řešte rovnici v *R*:

$$x + \frac{3 - 7x}{5} = \frac{2x + 6}{5} - \frac{2x - 1}{3}$$

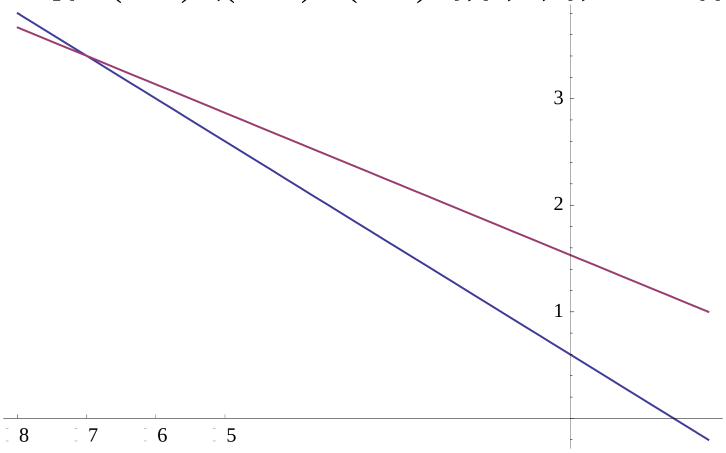
Řešení:

Tuto rovnici můžeme vyřešit v programu Wolfram Mathematica:

rovnice=x+(3-7x)/5□(2x+6)/5-(2x-1)/3
Solve[rovnice,x,Reals]
1/5 (3-7 x)+x□1/3 (1-2 x)+1/5 (6+2 x)
{{x→-7}}
Řešením je ***x* = -7.**

Tuto rovnici můžeme vyřešit i graficky, levou i pravou stranu rovnice chápeme lineární funkce a x-ová souřadnice průsečíku grafů těchto funkcí je hledané řešení rovnice.

Plot[{x+(3-7x)/5,(2x+6)/5-(2x-1)/3},{x,-8,2},Ticks→{{-8,-7,-6,-5},Automatic}]



Příklad:

Řešte rovnici v *R*:

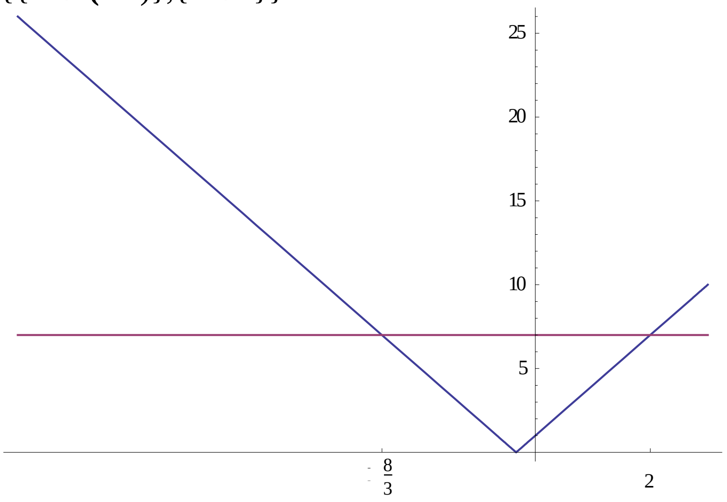
$|1 + 3x| = 7$

Řešení:

Řešení v programu Wolfram Mathematica:

rovnice=Abs[1+3x]□7
Solve[rovnice,x,Reals]
Abs[1+3 x]□7

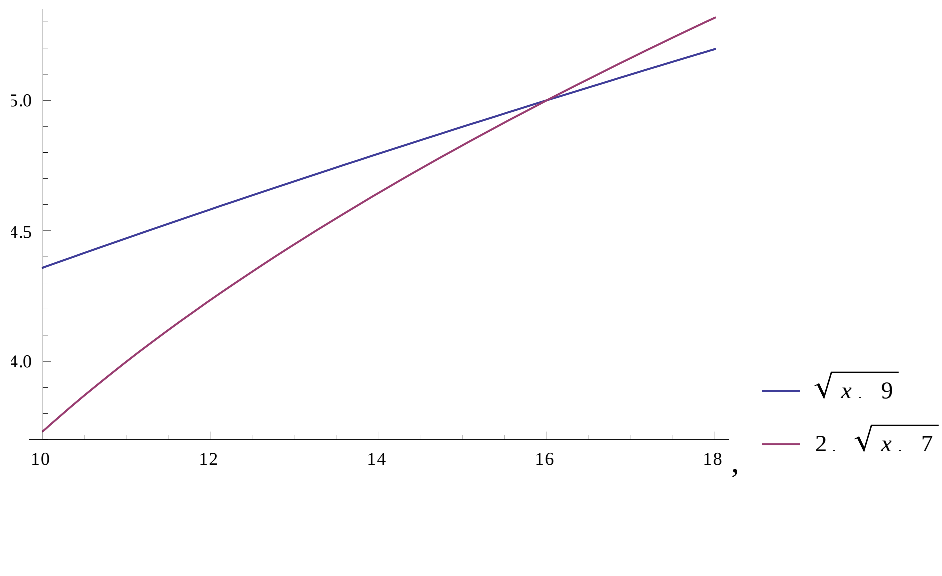
Plot[{Abs[1+3x],7},{x,-9,3},Ticks→{{-8/3,2},Automatic}]
{{**x→-(8/3)**},{**x→2**}}



Příklad:
Řešte rovnici v *R*:
$\sqrt{x+9} = 2 + \sqrt{x-7}$

Řešení:
Řešení v programu Wolfram Mathematica:

rovnice=$\sqrt{\mathbf{x}\ \ \mathbf{9}}$ □2+$\sqrt{\mathbf{x}\ \ \mathbf{7}}$
Solve[rovnice,x,Reals]
$\sqrt{9\ \ x}$ □2+$\sqrt{\ \ 7\ \ x}$
Plot[{$\sqrt{\mathbf{x}\ \ \mathbf{9}}$,2+$\sqrt{\mathbf{x}\ \ \mathbf{7}}$ },{x,10,18},PlotLegends→"Expressions"]
{{**x→16**}}



Kvadratické rovnice

$ax^2 + bx + c = 0$

Počet řešení této rovnice závisí na diskriminantu $D = b^2 - 4ac$

D = 0 => rovnice má jedno řešení v oboru reálných čísel $x = \frac{-b}{2a}$

D > 0 => rovnice má dvě řešení v oboru reálných čísel $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

D < *0* => rovnice nemá v oboru reálných čísel řešení, ale má řešení v oboru komplexních čísel

Příklad:

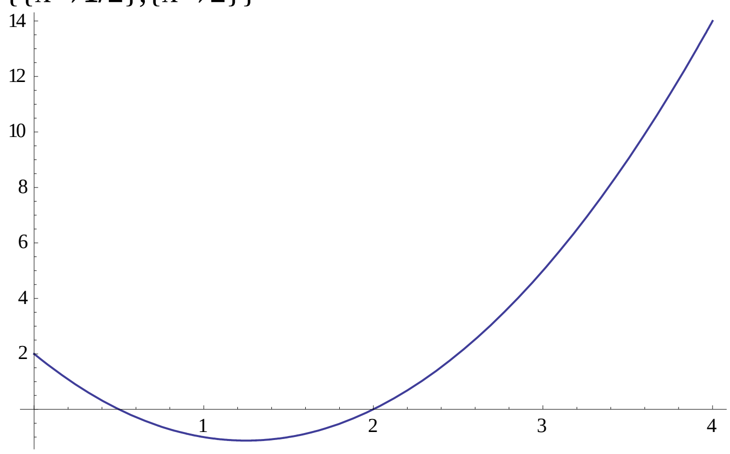
Řešte rovnici v *R*:

$x^2 - 5x - 24 = 0$

Řešení:

Řešení v programu Wolfram Mathematica:

Solve[2x^2-5x+2□0,x,Reals]
{{x→1/2},{x→2}}
Plot[2x^2-5x+2,{x,0,4}]
{{x→**1/2**},{x→**2**}}



Úkol:

V programu Wolfram Mathematica vyřešte následující rovnice, uveďte i grafické řešení:

1) $\frac{3}{2} - \frac{10+x}{2x} = 0$

2) $\sqrt{x^2 - 39} = x - 3$

3) $1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2+x}$

Řešení různých typů rovnic můžete procvičit i na následujících webových stránkách:
http://www.e-matematika.cz/stredni-skoly/
http://www.matweb.cz/kategorie-rovnice
http://matematika-online-a.kvalitne.cz/rovnice-a-nerovnice.htm

Použité zdroje:

PaeDr. Naděžda Kubešová, Mgr. Eva Cibulková, Matematika - přehled středoškolského učiva, nakl. Petra Velanová 2006

Wolfram Mathematica